1. Функція f – ЧРФ, але не РФ. Область визначення функції

g(x) = μy(f(y) = x)

є ПРМ. Довести.

Доведення:

Оскільки g(x) = μy(f(y) = x), то область визначення функції g(x) буде співпадати з областю значень функції f, адже f(y) = x.

Тоді алгоритм обчислення характеристичної функції множини значень функції f є таким:

function χ(*x, g*)

begin

if f(x) = g

then χ = 0

else χ= 1

end.

function χ(*x, g*) є ПР, тому область значень функції є ПРМ. Оскільки область значень f співпадає з областю визначення функції g, то це також ПРМ. Що й вимагалося довести.

1. **с**(x,y,z) = **c**(**c**(x,y),z) – бієкція. Довести.

Доведення:

Доведемо від супротивного: припустимо, це не бієкція, тобто якомусь номеру **с**(x,y,z) відповідає **НЕ** рівно одне значення **c**(**c**(x,y),z). Нумерація Кантора за визначенням бієктивна, тому, нехай n1 - натуральне число, n1 = **c**(x,y), йому відповідають єдині значення x i y. Тоді нехай n2 - натуральне число, n2 = **c**(n1, z), це також бієкція, оскільки **с**(x,y,z) = **c**(**c**(x,y),z) = n2, тобто кожному **с**(x,y,z) відповідає єдине значеня **c**(**c**(x,y),z), що суперечить припущенню. Отже **с**(x,y,z) = **c**(**c**(x,y),z) – бієкція. Що й вимагалося довести.

1. f(x) = ∞ – ЧРФ. Довести.

Доведення:

Функція ЧРФ, якщо існує алгоритм, що її обчислює. Наведемо такий алгоритм:

Нехай f(x) = M(g(i))

function *f*(*х*)

begin

*i* := 0

while *g*(*i*) != x

do *i* := *i* + 1

*f* := *i*

end.

Отже, функція ЧРФ, що й вимагалося довести

1. Існує ПРФ одного аргументу з нерекурсивною областю значень. Довести.

Доведення:

Нехай ця функція f(x) = 1/x. Характеристична функція множини значень f(x) не є всюди визначеною, адже не визначена у точці f(0). Тоді вона не є всюди визначеною ЧРФ, тобто не є РФ. Звідси, область значень є нерекурсивною множиною. Що й вимагалося довести.

1. Функція

не є ЧРФ. Довести.

Доведення:

Функція ЧР, якщо існує алгоритм, що її обчислює. Покажемо, що такого алгоритму не існує. Від супротивного: припустимо, що він існує, тобто функція w(x) рекурсивна. Це означає що w(x) = K(m, x) для деякого m. Тобто, цю функцію можна обчислити в довільній точці алгоритмом A:

function w(x)

begin

w := K(m, x)

end

Знайдемо значення w(m). Якщо w(m) = 0, то K(m,m) = 0 (Тому що w(m) = K(m, m)). Отримали суперечність, отже алгоритм А функцію не обчислює, отже функція w(x) не ЧРФ. Що й вимагалося довести.